

САМОПОДОБИЕ СКАТТЕРОГРАММЫ МГНОВЕННОГО СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Кудинов А.Н.¹, Лебедев Д.Ю.², Рыжиков В.Н.², Цветков В.П.²,
Цветков И.В.³, Иванов А.П.⁴

¹Кафедра математического моделирования

²Кафедра общей математики и математической физики

³Кафедра экономики и управления производством

⁴Тверской областной кардиологический диспансер, г. Тверь

Поступила в редакцию 02.09.2014, после переработки 25.09.2014.

В работе составлен и реализован алгоритм вычисления фрактальной размерности скаттерограммы мгновенного сердечного ритма (МСР). Определена фрактальная размерность скаттерограмм МСР D двух конкретных пациентов и ее значения, соответственно, равны 1,415 и 1,156. Уклонение множества точек скаттерограмм от самоподобных фрактальных множеств составило менее 0,01. Описаны значение D , геометрия скаттерограммы и характер состояний сердечно-сосудистой систем пациентов.

Ключевые слова: мгновенный сердечный ритм, скаттерограмма, фрактальная размерность, самоподобие.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2014. № 3. С. 105–115.

Введение

На повестке дня сейчас остро стоит вопрос о необходимости создания и развития новых математических методов и подходов для анализа больших массивов данных, полученных в результате холтеровского мониторирования. Методом электрофизиологической инструментальной диагностики, позволяющим получить большой массив RR-интервалов с точностью ± 1 мс, является холтеровское мониторирование (синоним – суточное мониторирование ЭКГ). Предложен американским биофизиком Норманом Холтером. Исследование представляет собой непрерывную регистрацию электрокардиограммы в течение 24 часов и более (48, 72 часа, и даже до 7 суток).

Электрокардиография представляет собой метод графической регистрации разности потенциалов электрического поля сердца, которое возникает при его работе. Регистрация осуществляется при помощи специального аппарата, который называется электрокардиографом, а получаемая кривая называется электрокардиограммой (ЭКГ).

Особенности функционирования сердечно-сосудистой системы, исследуемые при изучении сердечного ритма, привлекают внимание исследователей уже более

50 лет. Характеристики ритма сердца при его математической обработке оказались весьма значимы в диагностических и прогностических целях. Первые данные, полученные в институте медико-биологических проблем Р.М. Баевским [3], предложившим проводить кардиоинтервалографию – изучение длительностей последовательных кардиоциклов (RR-интервалов на ЭКГ), позволили дать характерные варианты нормы и патологии. В последующем метод исследования сердечного ритма получил свое развитие в разработанной методике анализа variability сердечного ритма, для чего чаще применяются временной и спектральный математический анализы последовательных RR-интервалов. Однако результаты всех этих методов оказываются подчас весьма противоречивыми и их прогностическое значение становится сомнительным. Нельзя исключить, что ритм сердечной деятельности несет в себе целый ряд нераскрытых механизмов, что может быть предпосылкой к его дальнейшему изучению, и этот аспект, на грани многих наук, является достаточно актуальным.

Одним из методов функциональной диагностики сердца является наблюдение за динамикой RR-интервалов. Наглядно RR-интервалы изображены на Рис. 1.

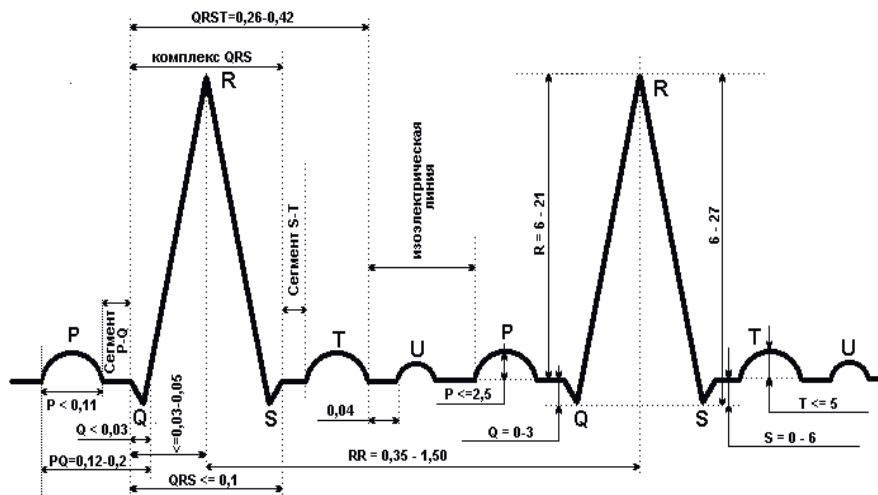


Рис. 1: Зубцы и интервалы нормальной ЭКГ

1. Мгновенный сердечный ритм и фрактальная размерность скаттерграмм

Пусть i – номер текущего RR-интервала, $i = 1, \dots, n$. Число n является числом сердечных сокращений за время наблюдения T . Значение МСР на i -ом интервале согласно [1] равно $y_i = 60/T_{RR_i}$. Пусть пику R-зубца соответствует момент времени t_i . Тогда $T_{RR_i} = t_{i+1} - t_i$. Промежутки времени t_i приводятся в секундах, а мгновенный ритм y_i в минутах⁻¹. На всем промежутке времени $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ кривая сердечного ритма $y(t)$ дается формулой:

$$y(t) = y_i + (y_{i+1} - y_i) \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}. \quad (1)$$

Одним из способов анализа variability сердечного ритма (ВСР) является оценка показателей скаттерограммы, построенной из последовательности RR-интервалов [2].

Сущность этого метода заключается в графическом отображении последовательных пар кардиоинтервалов (предыдущего и последующего) в двухмерной координатной плоскости. График и область точек, полученных таким образом, называется скаттерограммой. С помощью данного метода можно анализировать большой объем данных.

В отличие от [3] мы предлагаем анализировать ВСР с помощью скаттерограммы МСР $y_i, i = 1, \dots, n$. Нами в работе [2] уже исследовались фрактальные свойства скаттерограмм МСР. Пример кривой МСР $y(t)$ изображен на Рис. 2.

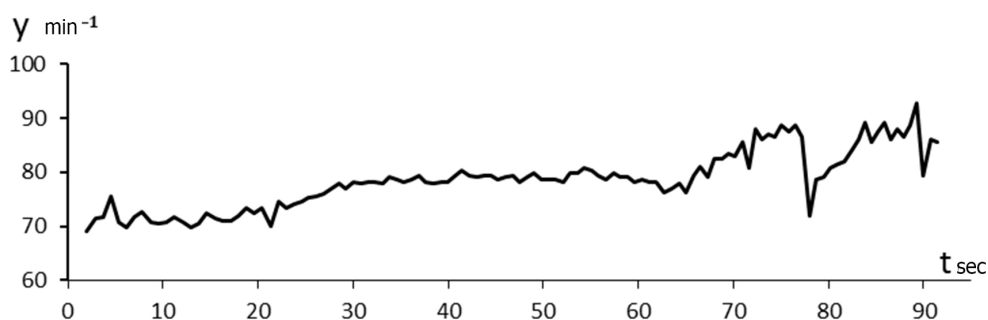


Рис. 2: Пример кривой МСР $y(t)$

Проведем анализ результатов мониторинга ЭКГ двух пациентов Тверского областного кардиологического диспансера с ранее установленным диагнозом ишемической болезни сердца. В первом случае имелась выраженная желудочковая экстрасистолия (274 в час при норме менее 6 в час) и 2 эпизода фибрилляции предсердий. При этом ишемия миокарда отсутствовала. Анализ ВСР выявил ее сохранность со сбалансированным соотношением высоко- и низкочастотного компонентов. Напротив, второй случай характеризовался отсутствием нарушений сердечного ритма, но здесь имела место выраженная ишемия миокарда (64 мин за сутки наблюдения). Необходимо подчеркнуть, что ее суточная продолжительность более 60 мин считается важным неблагоприятным прогностическим маркером развития сердечно-сосудистых событий, в том числе и инфаркта миокарда.

Полученные результаты первого и второго пациентов представлены на Рис. 3 и Рис. 4, соответственно. На осях данных рисунков y_i и y_{i+1} имеют размерность мин^{-1} . Количество элементов в исследуемых массивах порядка 65 тысяч.

Возникает вопрос о свойствах скаттерограмм, представленных на указанных рисунках. Одним из важнейших свойств, которым могут обладать данные множества – свойство симметрии и самоподобия или же фрактальности. Самоподобие

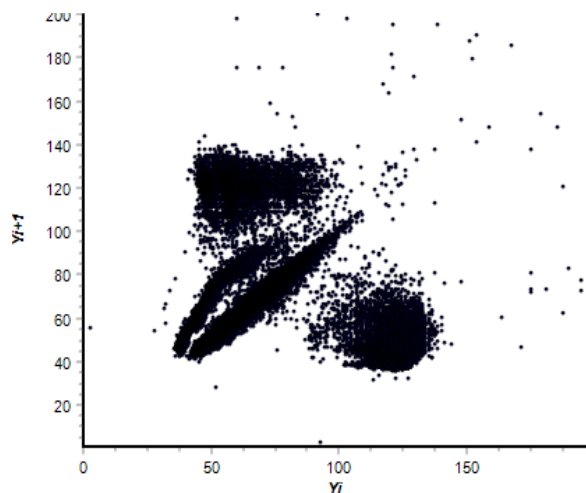


Рис. 3: Скаттерограмма МСР первого пациента

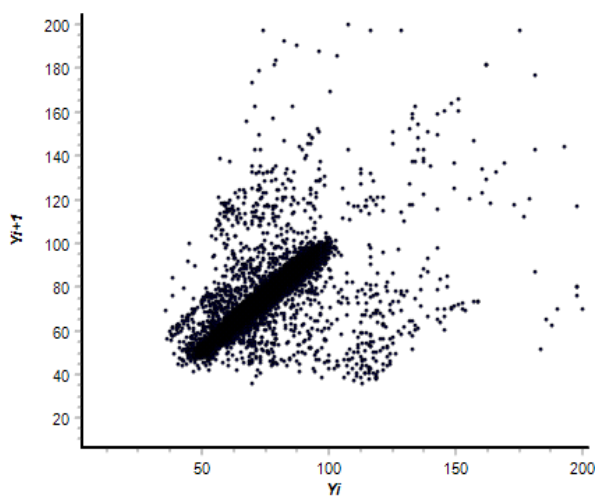


Рис. 4: Скаттерограмма МСР второго пациента

– это свойство масштабной инвариантности, при котором части данного множества подобны целому. Это свойство самоподобия положено в основу определения фракталов и часто используется в качестве определяющих их свойства. Основным свойством фрактального множества является значение его фрактальной размерности D , которое, как правило, является дробным и характеризует степень сложности структуры данного множества. Фрактал можно представить как объединение некоторого числа N непересекающихся подмножеств, полученных масштабирован-

нием оригинала с коэффициентом r . Тогда фрактальная размерность его равна:

$$D = \ln N / \ln(1/r).$$

Эта формула позволяет вычислить фрактальную размерность точных фракталов. Если же множество является приближением фрактала, то для оценки его фрактальной размерности используются другие методы, например, клеточный метод. Для этого выбирается некоторое ограниченное множество в метрическом пространстве, например, скаттерограмма, построенная на Рис. 3, 4. Нарисуем на ней равномерную сетку с шагом ε и закрасим те ячейки сетки, которые содержат хотя бы один элемент исходного множества. Повторяя эту процедуру по некоторым значениям ε и фиксируя на каждом шаге число N закрашенных ячеек, мы получим в дважды логарифмических осях множество точек.

2. Вычисление фрактальной размерности скаттерограммы

Основой вычисления D клеточным методом является соотношение между числом клеток N , которые накрывают точки рассматриваемого множества, со стороной ε :

$$\ln N = -D \ln \varepsilon. \quad (2)$$

В формуле (2) значение ε обезразмерено делением на мин^{-1} .

Скаттерограмма МСР представляет собой отображение последовательных пар $(y_i, y_{i+1}), i = 1, \dots, n - 1$ в двумерной координатной плоскости. Суть метода заключается в подсчете соотношения между числом N клеток, которые накрывают точки рассматриваемого множества, и стороной ε этих клеток. Наглядно эту процедуру представим на Рис. 5.

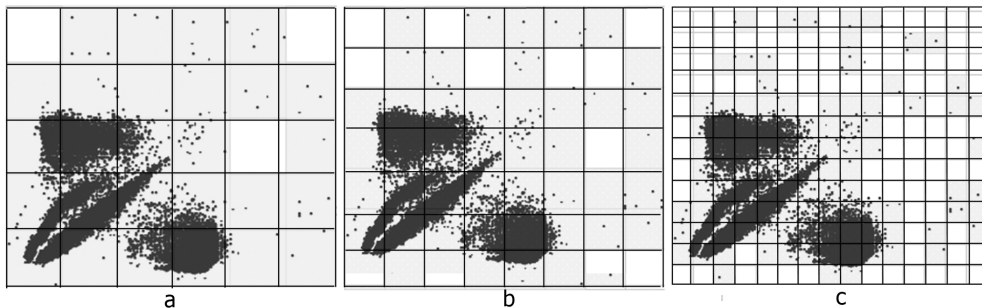


Рис. 5: Скаттерограмма с нанесенным клеточным покрытием, $\varepsilon_a = 32$, $\varepsilon_b = 25$, $\varepsilon_c = 12$

Кратко изложим предлагаемый нами алгоритм вычисления фрактальной размерности МСР:

1. Покрываем исходное множество равномерной сеткой с размером ячейки ε .
2. Проверяем каждую ячейку на существование в ней хотя бы одного элемента из массива значений $y_i, i = 1, \dots, n$.

3. Если ячейка содержит хотя бы один элемент, то увеличиваем счетчик окрашенных ячеек на 1.
4. Запоминаем последнее значение счетчика при текущем ε .
5. Увеличиваем текущее значение ε в a раз.
6. Переходим к пункту 1 с новым значением ε . Переход осуществляется до тех пор, пока значение ε меньше, либо равно максимальному значению множества $y_i, i = 1, \dots, n$.
7. Аппроксимируем найденную зависимость $\ln N$ от $\ln \varepsilon$ отрезком прямой по методу наименьших квадратов. Тогда значение фрактальной размерности D_1 будет определяться угловым коэффициентом этого отрезка с обратным знаком.
8. Сгенерируем множество вершин треугольника Серпинского с тем же значением числа точек, что и скаттерограмма МСР, и рассчитаем по представленному выше алгоритму значение фрактальной размерности этого множества D . Нормируем фрактальную размерность скаттерограммы МСР D с учетом теоретической фрактальной размерности треугольника Серпинского по формуле:

$$D = D_1 - D_{1C} + \frac{\ln 3}{\ln 2}. \quad (3)$$

Данный алгоритм реализован в виде программы на языке программирования Delphi.

Как правило, фрактальную размерность исследуемого множества клеточным методом определяют с использованием его представления в одном из графических форматов данных. Преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что для вычисления фрактальной размерности берется не пиксельная оценка, которая зависит от качества полученного изображения, а исходный массив числовых данных, что полностью исключает возможность погрешности, возникающей вследствие возможного использования некачественного графического источника.

Нами проведены вычисления зависимости $\ln N$ от $\ln \varepsilon$ с помощью данной программы для массивов данных скаттерограмм МСР, представленных на Рис. 3 и Рис. 4. Результаты приведены на Рис. 6а и Рис. 6б.

В случае точного фрактала зависимость $\ln N$ от $\ln \varepsilon$ имеет вид прямой, угловым коэффициент k которого связан с фрактальной размерностью соотношением $D = -k$. Из Рис. 6а и Рис. 6б видно, что зависимость $\ln N$ от $\ln \varepsilon$ является приближенно линейной. В связи с этим возникает вопрос о точности линейной аппроксимации, а, следовательно, насколько близки скаттерограммы к точным фрактальным множествам.

Вычисление значения R^2 позволяет оценить достоверность аппроксимации множества точек Рис. 6а прямой линией, а следовательно, степени близости этого множества к фракталу. Более подробно способы вычисления R^2 описаны в [5]. Для множества точек на Рис. 6б $R^2 = 0,9981$ и $R^2 = 0,9980$. Данные значения R^2 характеризуют очень высокую степень самоподобия скаттерограмм МСР. Данное свойство скаттерограмм позволяет надеяться на возможность использования в практической кардиологии.

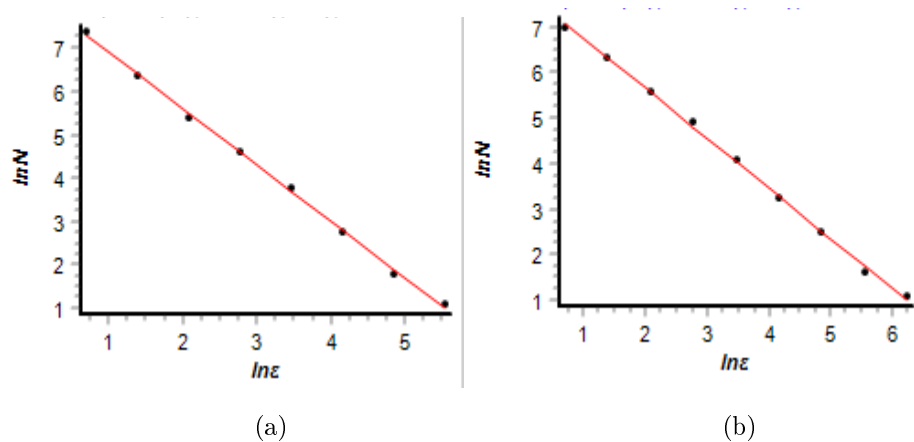


Рис. 6: Зависимость $\ln N$ от $\ln \varepsilon$ для Рис. 3 (a) и Рис. 4 (b)

Угловым коэффициентом k прямой, изображенной на Рис. 6а, оказался равным $-1,415$. Отсюда следует, что значение фрактальной размерности множества точек скаттерограммы Рис. 3 D равно $1,415$. Данный факт указывает на высокую степень хаотичности точек скаттерограммы Рис. 3.

Угловым коэффициентом прямой Рис. 6б оказался равным $-1,156$. Отсюда следует, что значение фрактальной размерности множества точек скаттерограммы Рис. 4 D равно $1,156$. Это указывает на низкую степень хаотичности точек скаттерограммы Рис. 4.

3. Обсуждение полученных результатов

В настоящее время большое значение при обследовании больных придается поиску ранних признаков, указывающих на риск сердечно-сосудистых катастроф. Одним из методов такого прогнозирования является анализ ВСП, проводимый в том числе и при холтеровском мониторинге ЭКГ. Показателем неблагополучия в данном случае признается снижение общей мощности волн спектра. С другой стороны, при мониторинге ЭКГ регистрируются как аритмические, так и ишемические события, которые так же используются в риск-стратификации у кардиологических больных.

В настоящем исследовании при анализе 2 случаев мы не видели снижения общей мощности волн спектра. Однако в 1-м наблюдении имелась выраженная желудочковая аритмия, на фоне которой возможно развитие внезапной сердечной смерти. Напротив, 2-е наблюдение связано с существенным атеросклерозом сосудов сердца и их сужением, что в итоге с большой долей вероятности может привести к развитию инфаркта миокарда и так же способствовать риску сердечной смерти.

Вероятно, различие полученных скаттерограмм отражает различные механизмы патологического процесса в сердце, что требует дальнейшего более детального изучения.

Показанное нами с высокой точностью свойство самоподобия скаттерограммы МСР позволяет рассматривать ее как фрактальное множество и, соответственно, применять к его изучению методы фрактального анализа. Несмотря на то, что в данной работе было рассмотрено всего два случая, вышеуказанное нами свойство было выявлено при исследовании нескольких десятков скаттерограмм.

Для наглядности фрактальные, геометрические свойства скаттерограмм МСР и основные характеристики состояний сердечно-сосудистой системы даны в Таблице 1.

Таблица 1: Свойства скаттерограмм МСР и основные характеристики состояний сердечно-сосудистой системы

Номер пациента	Значение D	Геометрия скаттерограммы	Состояние сердечно-сосудистой системы
1	1,415	Многосвязное множество из 4 областей. Асимметрия относительно диагонали.	Ишемическая болезнь сердца. Желудочковая аритмия. Желудочковая экстрасистолия (274 в час при норме менее 6 в час). Два эпизода фибрилляции предсердий. Ишемия миокарда отсутствует.
2	1,156	Односвязная область с невысокой степенью ассиметрии относительно диагонали.	Отсутствует нарушение сердечного ритма. Атеросклероз сосудов сердца и их сужение. Ишемия миокарда (64 минуты за сутки наблюдения).

Проведенное нами исследование указывает на существенное отличие значений фрактальной размерности скаттерограмм МСР для различных пациентов с различными симптомами заболеваний, что хорошо видно из данных Таблицы 1. Результаты наших исследований, несомненно, указывают на перспективность использования на практике этого параметра, как маркера состояний сердечно-сосудистой системы.

Заключение

Нами составлен и реализован алгоритм вычисления фрактальной размерности скаттерограммы мгновенного сердечного ритма (МСР). На его основе определена фрактальная размерность скаттерограмм МСР D двух конкретных пациентов и ее значения соответственно равны 1,415 и 1,156. Показано, что уклонение множества точек скаттерограмм от самоподобных фрактальных множеств составило менее 1 процента. Проведен анализ соответствия характеристик скаттерограммы МСР и состояния сердечно-сосудистой системы конкретных пациентов.

Проведенное исследование позволяет надеяться на использование фрактальных свойств скаттерограмм МСР как маркера состояний сердечно-сосудистой системы.

Список литературы

- [1] Кудинов А.Н., Лебедев Д.Ю., Цветков В.П., Цветков И.В. Математическая модель мультифрактальной динамики и анализ сердечных ритмов // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 10. С. 127–136.
- [2] Лебедев Д.Ю., Иванов А.П., Рыжиков В.Н., Цветков В.П. Фрактальные свойства скаттерограммы мгновенного сердечного ритма // Современные проблемы прикладной математики и информатики. Тезисы Международной молодежной конференции. Дубна, 2014. С. 89–92.
- [3] Баевский Р.М. Прогнозирование состояний на грани нормы и патологии. М.: Медицина, 1979. 205 с.
- [4] Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории: Учеб. пособие. М.: Постмаркет, 2000. 350 с.
- [5] Gujarati D.N., Porter D.C. Basic Econometrics (Fifth ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin. Pp. 73–78.

Библиографическая ссылка

Кудинов А.Н., Лебедев Д.Ю., Рыжиков В.Н., Цветков В.П., Цветков И.В., Иванов А.П. Самоподобие скаттерограммы мгновенного сердечного ритма // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2014. № 3. С. 105–115.

Сведения об авторах

1. **Кудинов Алексей Никифорович**
заведующий кафедрой математического моделирования, директор НОЦ «Математическое моделирование» Тверского государственного университета.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: mathlab@yandex.ru.
2. **Лебедев Дмитрий Юрьевич**
аспирант кафедры общей математики и математической физики Тверского государственного университета.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: dangerr27@mail.ru.
3. **Рыжиков Владимир Николаевич**
доцент кафедры общей математики и математической физики Тверского государственного университета.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: vlnr@mail.ru.

4. Цветков Виктор Павлович

заведующий кафедрой общей математики и математической физики Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: tsvet@tversu.ru.

5. Цветков Илья Викторович

профессор кафедры экономики и управления производством Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: mancu@mail.ru.

6. Иванов Александр Петрович

научный руководитель Тверского областного кардиологического диспансера.

Россия, 170041, г. Тверь, Комсомольский пр-т, д. 19.

E-mail: ivanovcardio2010@yandex.ru.

SELF-SIMILARITY OF A SCATTEROGRAMM OF AN INSTANT CARDIAC RHYTHM

Kudinov Alexei Nikiforovich

Head of REC Mathematical modeling, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: mathlab@yandex.ru

Lebedev Dmitry Yurevich

PhD student of General Mathematics and Mathematical Physics department,
Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: dangerr27@mail.ru

Ryzikov Vladimir Nikolaevich

Associate professor of General Mathematics and Mathematical Physics department,
Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: vlnr@mail.ru

Tsvetkov Victor Pavlovich

Head of General Mathematics and Mathematical Physics department,
Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: tsvet@tversu.ru

Tsvetkov Ilya Viktorovich

Professor of Economics and Company Management department, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: mancu@mail.ru

Ivanov Alexander Petrovich

Research advisor of Tver Cardiologic Dispensary
Russia, 170041, Tver, 19 Komsomolsky avenue. E-mail: ivanovcardio2010@yandex.ru

Received 02.09.2014, revised 25.09.2014.

In this work the algorithm of calculation of fractal dimension of a scattergramm of the instant cardiac rhythm (ICR) is made and realized. Fractal dimension scattergramm is defined MSR of D two specific patients and its value are respectively peer 1,415 and 1,156. Evasion of a set of points scattergramm from the self-similar fractal sets made less than 0,01. Value of D, geometry of a scattergramm and character of states cardiovascular systems of patients are described.

Keywords: instantaneous cardiac rhythm, scattergramm, fractal dimension, self-similarity.

Bibliographic citation

Kudinov A.N., Lebedev D.Yu., Ryzikov V.N., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V., Ivanov A.P. Self-similarity of a scatterogram of an instant cardiac rhythm. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2014, no. 3, pp. 105–115. (in Russian)